Комплексни числа, полиноми и правило на Хорнер

Целта на това домашно е да подпомогне вашата самостоятелна подготовка. Всеки студент, който желае да предаде това домашно е нужно да реши и да представи в добър писмен вид по един пример от всяка от задачите от модул А.

Номерът на подточката, която трябва да представите е различен за различните студенти и се променя в отделните задачи. Той се изчислява по формулата:

$$1 + \text{остатъка при деление на сумата } (mn + z) \text{ на числото } k \quad ,$$

където:

- числото mn е равно на двуцифреното число, образувано от последните две цифри на факултетния номер на студента;
- числото z е равно на номера на съответната задача;
- числото k е различно за различните задачи и е посочено след номера на задачата.

Примерно, да изчислим номера на подточката от задача 2, която трябва да представи студент с Ф.Н. *******43.

В този случай величините, участващи във формулата са: $mn = 43,\ z = 2$ и $k = 6$. След заместването на съответните стойности във формулата се получава, че

$n = 1 + [$остатъка от делението на числото $mn + z = 43 + 2 = 45$ на числото $k = 6]$

$\rightarrow n = 1 + 3 = 4$.

Следователно студент с Ф.Н. *******43, трябва да представи решението на пример 2.4 от задача 2.

Домашното Ви се приема за пълно и за него получавате 2 точки, ако сте решили вярно и сте записали добре, поне 4 задачи от мадул А.

Решението на съответното подусловие на всяка задача от модул Б носи по 1 допълнителна бонус-точка. Решилите вярно само задачи от модул Б получават само съответните бонус-точки.

Модул А

Задача 1. ($k = 8$) Определете модула и аргумента на комплексното число z_0, изчислете стойността $A(z_0)$ на полинома $A(x)$ и стойността на чстното $\frac{z_0 - i}{2z_0 + i}$ ако:

1.1) $\mathrm{A}(x) = x^3 + (3 + i)x^2 - (1 - i)x + 2 - 3i,\ \ z_0 = 2 - 2i$;
1.2) $\mathrm{A}(x) = (1 + 2i)x^3 + x^2 + 2 - i,\ \ z_0 = 1 - i$;
1.3) $\mathrm{A}(x) = x^3 - (2 - i)x^2 - x + 5,\ \ z_0 = 1 - i$;

1.4) $\mathrm{A}(x) = x^3 - (i-1)x^2 - x + 2i,\ \ z_0 = 1 - i\sqrt{3}$;

1.5) $\mathrm{A}(x) = -i.x^2 - x + 2i,\ \ z_0 = 1 - i\sqrt{3}$;

1.6) $\mathrm{A}(x) = x^3 - i.x^2 - x,\ \ z_0 = \sqrt{3} - i$;

1.7) $\mathrm{A}(x) = x^3 - x - 2i,\ \ z_0 = 1 + i\sqrt{3}$;

1.8) $\mathrm{A}(x) = x^2 - x + 2i - 2,\ \ z_0 = -\sqrt{3} - i$;

Задача 2. (***k* = 6**) По метода на неопределените коефициенти и по метода на непосредственото деление разделете полинома $A(x)$ на полинома $B(x)$, ако:

2.1) $\mathrm{A}(x) = x^3 + x^2 - x + 2, \qquad B(x) = x^2 + x - 1;$

2.2) $\mathrm{A}(x) = 12x^3 + x^2 + 2, \qquad B(x) = x^3 - x + 3;$

2.3) $\mathrm{A}(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5, \qquad B(x) = x^2 - 2x + 1;$

2.4) $\mathrm{A}(x) = 2x^3 + 4x^2 - x + 2, \qquad B(x) = x^2 + x - 1;$

2.5) $\mathrm{A}(x) = 2x^3 + x^2 + 2, \qquad B(x) = x^3 - 2x + 3;$

2.6) $\mathrm{A}(x) = 4x^3 + x^2 - x + 2, \qquad B(x) = 2x^2 + x - 1;$

Задача 3. (***k*=7**) С правилото на Хорнер разделете полинома $A(x)$ на $x - a$, запишете отговора във вида $\frac{A(x)}{x-a} = Q(x) + \frac{r}{x-a}$ и намерете стойността $A(a)$, ако:

3.1) $\mathrm{A}(x) = x^3 + x^2 - x + 2, \qquad a = 2;$

3.2) $\mathrm{A}(x) = x^4 - 12x^3 + x^2 + 2, \quad a = -1;$

3.3) $\mathrm{A}(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5, \qquad a = -3.$

3.4) $\mathrm{A}(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1, \qquad a = -2.$

3.5) $\mathrm{A}(x) = x^3 - 2x^2 - 3x - 4, \qquad a = -1.$

3.6) $\mathrm{A}(x) = 2x^3 - x^2 + x - 7, \qquad a = 3.$

3.7) $\mathrm{A}(x) = 2x^4 - x^3 + x - 17, \qquad a = 3.$

Задача 4. (***k*=4**) С правилото на Хорнер намерете рационалните нули на полинома $A(x)$ и го запишете в каноничен вид, ако:

4.1) $\mathrm{A}(x) = 2x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 14x + 6;$

4.2) $\mathrm{A}(x) = 2x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 20x + 12;$

4.3) $\mathrm{A}(x) = 2x^4 - 5x^3 - x^2 - 5x + 3.$

4.4) $\mathrm{A}(x) = x^4 + 3x^3 - 14x^2 - 12x + 40.$

Задача 5. ($k = 3$) Решете уравненията в множеството на комплексните числа:

5.1) $2x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 7x - 5 = 0;$

5.2) $6x^4 - 23x^3 + 37x^2 - 28x + 6 = 0;$

5.3) $2x^4 + 7x^3 + 5x^2 - 9x - 5 = 0.$

Модул В

Задача 6. ($k = 5$) За кои стойности на параметрите a и b числото $z = -1 + i^{2019}$ е нула на полинома $A(x)$, ако:

6.1) $A(x) = x^5 + ax^3 - 2x^2 + bx + 8;$

6.2) $A(x) = x^5 + (a-2)x^3 - 2x^2 + (b+1)x + 8;$

6.3) $A(x) = x^5 + (b+2)x^3 - 2x^2 - ax + 8.$

6.4) $A(x) = x^4 + ax^3 - 2x^2 + bx + 5;$

6.5) $A(x) = x^4 + (a-1)x^3 - 2x^2 + (b+2)x + 8;$

Упътване: Приложете правилото на Хорнер за комплексното число z.

Напомняне: Оформените решения трябва да предадете на преподавателя, водещ вашето лабораторно упражнение по математика, в срока посочен от него.

Пожелавам ви приятно и успешно решаване на тези задачи!

Доц. д-р Матева