<u>Матрици</u>

Целта на това домашно е да подпомогне вашата самостоятелна подготовка. Всеки студент, който желае да предаде това домашно е нужно да реши и да представи в добър писмен вид по един пример от всяка от задачите от модул А.

Номерът на подточката, която трябва да представите е различен за различните студенти и се променя в отделните задачи. Той се изчислява по формулата:

$$1 + \text{остатъка при деление на сумата } (mn + 2z) \text{ на числото } k \quad ,$$

където:

- числото mn е равно на двуцифреното число, образувано от последните две цифри на факултетния номер на студента;
- числото z е равно на номера на съответната задача;
- числото k е различно за различните задачи и е посочено след номера на задачата.

Примерно, да изчислим номера на подточката от задача 5, която трябва да представи студент с Ф.Н. *******03.

В случая, участващите във формулата величини са: $mn = 3,\ z = 5$ и $k = 7$. След заместването на съответните стойности във формулата се получава, че

$$n = 1 + [\text{остатъка от делението на числото } mn + 2z = 3 + 2.5 = 13 \text{ на числото } k = 7]$$

$\rightarrow n = 1 + 6 = 7$.

Следователно студент с Ф.Н. *******03, трябва да представи решението на пример 5.7 от задача 5.

Домашното Ви се приема за пълно и за него получавате 2 точки, ако сте решили вярно и сте записали добре, поне 3 задачи от мадул А.

Решението на съответното подусловие на всяка задача от модул Б носи по 1 допълнителна бонус-точка. Решилите вярно само задачи от модул Б получават само съответните бонус-точки.

Модул А

Задача 1. ($k = 5$) Намерете матрицата $M = 2A - B.C^T$, ако:

1.1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

1.2) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;

1.3) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

1.4) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

1.5) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

Задача 2. (***k*= 6**) Ако $F(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$, $a_n \neq 0$ е полином от степен n и A е квадратна матрица от ред m, то $F(A) = a_n A^n + a_{n-1} A^{n-1} + \cdots + a_1 A + a_0 E_m$ е стойността на полинома $F(x)$ при $x = A$. Намерете $F(A)$, ако:

2.1) $F(x) = x^3 - x + 2$, $\quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$;

2.2) $F(x) = x^3 + x^2 + 2$, $\quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

2.3) $F(x) = x^3 - 2x^2 + 5$, $\quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2.4) $F(x) = x^3 + 2x + 2$, $\quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$;

2.5) $F(x) = x^3 - 3x + 1$, $\quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$;

2.6) $F(x) = x^3 - 4x + 3$, $\quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

Задача 3. (***k*= 4**) Намерете всички целочислени, диагонални матрици А от трети ред, за които е изпълнено равенството:

3.1) $A^3 + A = O$;

3.2) $A^3 = 4A$;

3.3) $A^2 - 2A + E_3 = 0$;

3.4) $A^3 - 3A + 2E_3 = O$.

Задача 4. (***k*= 3**) Решете матричните уравнения $A.X = B$ и $X.A = C$, ако:

4.1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;

4.2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$;

4.3) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

Модул Б

Задача 5. ($\boldsymbol{k=7}$)Намерете всички матрици, комутативни на матрицата А, ако:

5.1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$;

5.2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$;

5.3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$;

5.4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$;

5.5) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$;

5.6) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$;

5.7) $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 6. ($\boldsymbol{k=3}$) Намерете матрицата A^n, за произволно естествено число n, ако:

6.1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

6.2) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$;

6.3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

<u>Напомняне:</u> Оформените решения трябва да предадете на преподавателя, водещ вашето лабораторно упражнение по математика, в срока посочен от него.

Пожелавам ви приятно и успешно решаване на задачите!

Доц. д-р Матева