Системи линейни алгебрични уравненеия

Целта на това домашно е да подпомогне вашата самостоятелна подготовка. Всеки студент, който желае да предаде това домашно е нужно да реши и да представи в добър писмен вид по един пример от всяка от задачите от модул А.

Номерът на подточката, която трябва да представите е различен за различните студенти и се променя в отделните задачи. Той се изчислява по формулата:

$$1 + \text{остатъка при деление на сумата } (3.mn + 9 - z) \text{ на числото } k \;,$$

където:

- числото mn е равно на двуцифреното число, образувано от последните две цифри на факултетния номер на студента;
- числото z е равно на номера на съответната задача;
- числото k е различно за различните задачи и е посочено след номера на задачата.

Примерно, да изчислим номера на подточката от задача **1**, която трябва да представи студент с Ф.Н. *******07.

В случая, участващите във формулата величини са: $mn = 6,$ $z = 1$ и $k = 6$. След заместването на съответните стойности във формулата се получава, че

$n = 1 + [$остатъка от делението на числото $3.mn + 9 - z = 3.7 + 9 - 1 = 29$ на числото $k = 6]$

$\rightarrow n = 1 + 5 = 6$.

Следователно студент с Ф.Н. *******07, трябва да представи решението на пример 1.6 от задача 1.

Домашното Ви се приема за пълно и за него получавате 2 точки, ако сте решили вярно и сте записали добре, поне 3 задачи от мадул А.

Решението на съответното подусловие на всяка задача от модул Б носи по 1 допълнителна бонус-точка. Решилите вярно само задачи от модул Б получават само съответните бонус-точки.

Модул А

Задача 1. (***k*= 6**) Намерете ранга на всяка от матриците A, M и M^T, ако:

1.1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$;

1.2) $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 3\\ 2 & -2\end{pmatrix}$, $M=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1 & 7 & 4\\ 2 & 5 & 1 & 8 & 2\\ 3 & 3 & 0 & 1 & -2\end{pmatrix}$;

1.3) $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, $M=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 1 & 1 & 0\\ 0 & -5 & 1 & 0 & -7\\ -1 & 3 & 0 & 1 & 7\end{pmatrix}$;

1.4) $A=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, $M=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & -1 & -2 & -7\\ -1 & 3 & 0 & 1 & 7\end{pmatrix}$;

1.5) $A=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & 3\\ -3 & 9\end{pmatrix}$, $M=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & -1 & -2 & -7\\ 1 & -3 & 0 & -1 & -7\end{pmatrix}$;

1.6) $A=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & 3\\ 2 & 9\end{pmatrix}$, $M=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & -1 & -2 & -7\\ -1 & 3 & 0 & 1 & -7\end{pmatrix}$.

Задача 2. (***k*** **= 5**) По метода на Крамер решете системата:

2.1) $\left|\begin{array}{lll}4x & +3y & -2z=4\\ x & +z & +2y=8\\ 3x & +2y & +z=10\end{array}\right.$; 2.2) $\left|\begin{array}{lll}3x & -3y & +2z=2\\ 4x & -5y & +2z=1\\ -6y & +5x & +4z=3\end{array}\right.$; 2.3) $\left|\begin{array}{lll}2x & -3y & +3z=-1\\ 4x & -5y & +2z=2\\ -6y & +5x & +4z=1\end{array}\right.$;

2.4) $\left|\begin{array}{lll}3x & +2z & -2y=-3\\ 4x & -5y & +2z=-2\\ 5x & -6y & +4z=-7\end{array}\right.$; 2.5) $\left|\begin{array}{lll}2x & +3y & -3z=-1\\ 4x & +2y & -5z=2\\ 4y & +5x & -6z=1\end{array}\right.$.

Задача 3. (***k*** **= 4**) По метода на Гаус, намерете решенията на системите:

3.1) $\left|\begin{array}{lll}2x & -3y & +3z=12\\ & -5y & -2z=2\\ & & +4z=16\end{array}\right.$; $\left|\begin{array}{lll}2x_1 & -3x_2 & +3x_3-3x_4+2x_5=11\\ & 6x_2 & -x_3+3x_4-2x_5=-2\\ & & +2x_3-6x_4+4x_5=16\end{array}\right.$;

3.2) $\left|\begin{array}{lll}3x & -3y & +z=13\\ & -5y & -2z=1\\ & & 2z=-16\end{array}\right.$; $\left|\begin{array}{lll}2x_1 & -3x_2 & +3x_3-6x_4+5x_5=13\\ & -5x_2 & -2x_3+3x_4+x_5=1\\ & & +2x_3-18x_4+4x_5=-16\end{array}\right.$;

3.3) $\left|\begin{array}{lll}3x & -y & +z=3\\ & 5y & -2z=9\\ & & 2z=6\end{array}\right.$; $\left|\begin{array}{lll}x_1 & -x_2 & +3x_3-x_4+5x_5=13\\ & 2x_2 & -3x_3+x_4-2x_5=4\\ & & +x_3-x_4+4x_5=6\end{array}\right.$;

3.4) $\left|\begin{array}{lll}2x & -3y & +3z=7\\ & -5y & -2z=1\\ & & -5z=-10\end{array}\right.$; $\left|\begin{array}{lll}2x_1 & -3x_2 & +3x_3-2x_4+4x_5=6\\ & -5x_2 & -2x_3+7x_4+2x_5=8\\ & & +x_3-x_4+4x_5=6\end{array}\right.$.

Задача 4. (***k*** **=3**)По метода на Гаус, решете системите:

4.1) $\begin{vmatrix} 2x & -3y & +3z = 0 \\ x & -5y & -2z = 0 \\ 3x & & -5z = 0 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 2x_1 & -3x_2 & -z - 2x_4 + x_5 = 7 \\ & -5x_2 & -2x_3 + 5x_4 - 9x_5 = -5 \\ 2x_1 & +2x_2 & +2x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 2 \end{vmatrix}$;

4.2)) $\begin{vmatrix} 2x & -3y & +3z = 0 \\ x & -5y & +2z = 0 \\ 3x & -y & -z = 0 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} x_1 & -3x_2 & -x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -5 \\ -x_1 & -5x_2 & -2x_3 + 3x_4 - x_5 = 1 \\ -2x_1 & +2x_2 & +x_3 - 5x_4 + 7x_5 = -6 \end{vmatrix}$;

4.3) $\begin{vmatrix} -x & -3y & +3z = 0 \\ x & +5y & -2z = 0 \\ 3x & +2y & -z = 0 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} x_1 & -3x_2 & -x_3 - x_4 + 6x_5 = -5 \\ -x_1 & -5x_2 & -x_3 + 3x_4 - 2x_5 = -1 \\ 2x_1 & +2x_2 & -4x_4 + 8x_5 = -4 \end{vmatrix}$.

Модул Б

Задача 5. (***k*=4**) Намерете ранга на матрицата А в зависимост от стойността на параметъра a, ако:

5.1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 25 & -1 & 3 & 0 & 5 & 5 \\ 4 & -3 & 7 & & 5 & 11 \\ 5 & -3 & 8 & 0 & a & 13 \end{pmatrix}$;

5.2) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 5 & -5 \\ 4 & -3 & 7 & a+1 & 5 & 1 \\ 5 & -4 & 9 & a & 2-a & 4 \end{pmatrix}$;

5.3) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & a+1 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & -3 & a & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$;

5.4) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & -a & 3 \\ -1 & -3 & 1-a \end{pmatrix}$.

Задача 6. (***k*=5**) Решете системата в зависимост от стойността на параметъра a, ако:

6.1) $\begin{vmatrix} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{vmatrix}$; 6.2) $\begin{vmatrix} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = a \end{vmatrix}$; 6.3) $\begin{vmatrix} x + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a \end{vmatrix}$;

6.4) $\begin{vmatrix} ax - y - z = 1 \\ x + ay - z = 1 \\ x - y + az = 1 \end{vmatrix}$; 6.5) $\begin{vmatrix} ax + y - z = -1 \\ x + ay - z = 1 \\ x - y + az = 1 \end{vmatrix}$;

Пожелавам ви приятно и успешно решаване на задачите!

Доц. д-р Матева

10.10.2018 г.