

## Метрични операции с вектори. Трансформации на координатни системи.

За това домашно, по познатия вече начин, ползвайте формулата

$$1 + \text{остатък при деление на } k \text{ на сумата } (2.mn + 3z - 2)$$

### Модул А

**Задача 1.** ( $k = 12$ ) Намерете скаларното произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , векторното произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  и смесеното произведение  $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$  на векторите:

- |  |   |
|--|---|
| 1.1) $\vec{a}(1,3,1), \vec{b}(1,-1,3), \vec{c}(2,2,3);$    | 1.7) $\vec{a}(1,3,-1), \vec{b}(-1,-2,3), \vec{c}(-2,1,3);$  |
| 1.2) $\vec{a}(1,3,-1), \vec{b}(1,1,3), \vec{c}(2,-2,3);$   | 1.8) $\vec{a}(-1,4,-1), \vec{b}(1,-1,0), \vec{c}(2,-4,3);$  |
| 1.3) $\vec{a}(-1,-3,1), \vec{b}(1,1,2), \vec{c}(-1,2,3);$  | 1.9) $\vec{a}(2,3,1), \vec{b}(4,-1,-1), \vec{c}(0,-2,3);$   |
| 1.4) $\vec{a}(1,-2,1), \vec{b}(4,-1,3), \vec{c}(1,-2,3);$  | 1.10) $\vec{a}(0,1,1), \vec{b}(1,-1,-3), \vec{c}(-2,1,3);$  |
| 1.5) $\vec{a}(-1,3,1), \vec{b}(-1,3,2), \vec{c}(2,0,3);$   | 1.11) $\vec{a}(1,3,-1), \vec{b}(0,-1,3), \vec{c}(2,4,3);$   |
| 1.6) $\vec{a}(1,-1,1), \vec{b}(1,-1,-2), \vec{c}(2,-2,5);$ | 1.12) $\vec{a}(-1,-3,1), \vec{b}(1,-1,2), \vec{c}(-2,2,3).$ |

**Задача 2.** ( $k = 11$ ) Докажете, че точките  $A, B$  и  $C$  не лежат на една права.

Определете вида на триъгълник  $\Delta ABC$  според ъглите (остроъгълен, тъпоъгълен или правоъгълен) и намерете периметърът и лицето на триъгълника, ако:

- |  |  |
|--|--|
| 2.1) $A(1,3,1), B(1,-1,3), C(2,2,3);$    | 2.7) $A(1,3,-1), B(-1,-2,3), C(-2,1,3);$ |
| 2.2) $A(1,3,-1), B(1,1,3), C(2,-2,3);$   | 2.8) $A(-1,4,-1), B(1,-1,0), C(2,-4,3);$ |
| 2.3) $A(-1,-3,1), B(1,1,2), C(-1,2,3);$  | 2.9) $A(2,3,1), B(4,-1,-1), C(0,-2,3);$  |
| 2.4) $A(1,-2,1), B(4,-1,3), C(1,-2,3);$  | 2.10) $A(0,1,1), B(1,-1,-3), C(-2,1,3);$ |
| 2.5) $A(-1,3,1), B(-1,3,2), C(2,0,3);$   | 2.11) $A(1,3,-1), B(0,-1,3), C(2,4,3).$  |
| 2.6) $A(1,-1,1), B(1,-1,-2), C(2,-2,5);$ |  |

**Задача 3.** ( $k = 10$ ) Докажете, че точките  $A, B, C$  и  $D$  не лежат в една равнина.

Намерете обемът на тетраедъра  $ABCD$  и дължината на височината му, спусната през върха  $D$ , ако:

- |   |  |
|---|--|
| 3.1) $A(1,3,1), B(1,-1,3), C(2,2,3), D(1,1,0);$   | 3.6) $A(1,1,1), B(1,-1,2), C(2,2,5), D(1,2,0);$  |
| 3.2) $A(1,3,-1), B(1,1,3), C(2,-2,3), D(1,0,0);$  | 3.7) $A(1,3,1), B(-1,2,3), C(2,1,3), D(1,2,0);$  |
| 3.3) $A(-1,-3,1), B(1,1,2), C(-1,2,3), D(0,1,0);$ | 3.8) $A(1,4,1), B(1,1,0), C(2,-4,3), D(1,3,0);$  |
| 3.4) $A(1,2,1), B(4,-1,3), C(1,-2,3), D(0,1,0);$  | 3.9) $A(2,3,1), B(4,1,1), C(0,2,3), D(1,1,1);$   |
| 3.5) $A(-1,3,1), B(-1,3,2), C(2,0,3), D(-1,0,1);$ | 3.10) $A(0,1,1), B(1,1,3), C(-2,1,3), D(1,1,0).$ |

**Задача 4. ( $k = 5$ )** Намерете новите координати на точките  $A$  и  $B$  при следните трансформации на координатната система:

- $P_1$ : трансляция на т.О до т.  $O'$  с вектор  $\vec{a}$  ,
- $P_2$ : завъртане около началото на координатната система на ъгъл  $\alpha$  ;
- $P_3$ : трансляция на т.О до т.  $O'$  с вектор  $\vec{a}$ , последвана от завъртане около новото начало на координатната система на ъгъл  $\alpha$  ;
- $P_4$ : завъртане около началото на координатната система на ъгъл  $\alpha$ , последвано от трансляция с вектор  $\vec{a}$ ;

4.1)  $A(2,4), B(-4,26), \vec{a}(3, -11), \alpha = 30^\circ$ ;

4.2)  $A(-1,6), B(-4,11), \vec{a}(3, -12), \alpha = -30^\circ$ ;

4.3)  $A(7, -4), B(5,2), \vec{a}(-3,2), \alpha = 60^\circ$ ;

4.4)  $A(7,4), B(5, -2), \vec{a}(-3,2), \alpha = -60^\circ$ ;

4.5)  $A(7,5), B(-5,2), \vec{a}(3, -2), \alpha = 120^\circ$ .

Намерете новите координати на точките  $A$  и  $B$  при завъртане на координатната система  $OxOz$  около ординатната ос на ъгъл  $\alpha$ , ако:

4.1)  $A(2,1,4), B(-4,2,6), \alpha = 30^\circ$ ;

4.2)  $A(-1,0,6), B(-4,1,1), \alpha = -30^\circ$ ;

4.3)  $A(7, -1,4), B(5,1,1), \alpha = 60^\circ$ ;

4.4)  $A(0,7,4), B(-1,5, -2), \alpha = -60^\circ$ ;

4.5)  $A(-1,7,5), B(0, -5,2), \alpha = 120^\circ$ .

## Модул Б

**Задача 5. ( $k = 1$ )** Сравнете резултатите от трансформациите  $P_3$  и  $P_4$  в задача 4, и направете извод. Докажете този извод.

**Задача 6. ( $k = 3$ )** Намерете вектор  $\vec{x}$ , който да отговаря на условията:

6.1)  $\vec{x} \perp \vec{a}(2,1, -1), \vec{x} \perp \vec{b}(-2,1, -1), |\vec{x}| = 3\sqrt{2}$  и сключва тѣп ъгъл с оста  $Ox$ ;

6.2)  $\vec{x} \perp \vec{a}(-2, -1,3), \vec{x} \perp \vec{b}(1,1, -2), |\vec{x}| = 2\sqrt{3}$  и сключва тѣп ъгъл с оста  $Oy$ ;

6.3)  $\vec{x} \perp \vec{a}(-2,1,3), \vec{x} \perp \vec{b}(1, -1, -2), |\vec{x}| = 6\sqrt{3}$  и сключва тѣп ъгъл с оста  $Oz$ ;

Пожелавам ви приятно и успешно решаване на задачите!

Доц. д-р Матева

30.10.2018 г.