

Операции с матрици и вектори – кратък обзор

Доц. д-р Ивайло Пенев

Кат. „Компютърни науки и технологии“

Матрици и вектори

- $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix}$ - матрица 4x3

- $\begin{bmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ - вектор 4x1

Определения и означения

- A_{ij} - елемент в ред i , колона j на матрицата A
- n размерен вектор – вектор с n реда
- v_i - елемент в ред i на вектор v
- Всички вектори и матрици ще бъдат с начален индекс 1
- Матрици – главни буки, вектори – малки букви
- Скаларен обект – съдържа само една стойност, т.е. не е матрица или вектор
- R – множество от скаларни реални числа
- R^n - множество от n -размерни вектори от реални числа

Събиране на матрици и скаларно умножение

- $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + w & b + x \\ c + y & d + z \end{bmatrix}$
- Събиране, изваждане на матрици – еднакви размерности на матриците
- $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * x = \begin{bmatrix} a * x & b * x \\ c * x & d * x \end{bmatrix}$

Умножение на матрица с вектор

$$\bullet \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * x + b * y \\ c * x + d * y \\ e * x + f * y \end{bmatrix}$$

- Резултатът от умножението е **вектор**. Векторът трябва да бъде **втори** операнд в умножението. Броят на **колоните** на матрицата трябва да е равен на броя на **редовете** на вектора.
- Резултатът от умножение на **матрица $m \times n$** с **вектор $n \times 1$** е **вектор $m \times 1$**

Умножение на матрици

$$\bullet \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * w + b * y & a * x + b * z \\ c * w + d * y & c * x + d * z \\ e * w + f * y & e * x + f * z \end{bmatrix}$$

- Резултатът от умножението на **матрица $m \times n$** с **матрица $n \times o$** е **матрица $m \times o$** .
- За умножение на матрици е необходимо броят на **колоните** на първата матрица да бъде равен на броя на **редовете** на втората матрица.

Умножение на матрици - свойства

- Некомутативна операция - $A * B \neq B * A$
- Асоциативна операция - $(A * B) * C = A * (B * C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ - identity матрица
- Резултатът от умножението на identity матрицата с всяка матрица със същата размерност е същата identity матрица.

Инверсия и транспониране

- A^{-1} - инверсия на матрицата A
- $A * A^{-1} = \textit{identity matrix}$
- Неквадратна матрица няма инверсирана матрица

- $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$

- $A^T = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}$ - транспонирана матрица

- $A_{ij} = A_{ji}^T$